

OLIV TA'LIMDA MATEMATIK TAFAKKURNI SHAKLLANTIRISHDA INDUKSIYA VA DEDUKSIYA METODLARINING O'RNI

Annotation. Ushbu maqolada oliy ta'lim tizimida matematik fanlarni o'qitishda induksiya va deduksiya metodlaridan foydalanishning nazariy asoslari hamda ularning amaliy qo'llanilish imkoniyatlari tahlil qilinadi. Tadqiqot natijalariga ko'ra, induktiv va deduktiv yondashuvlarni uyg'unlashtirish talabalarda mantiqiy, ijodiy va tahliliy fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirishda muhim omil bo'lib xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: induksiya, deduksiya, matematik tafakkur, o'qitish metodlari, oliy ta'lim, mantiqiy fikrlash.

РОЛЬ МЕТОДОВ ИНДУКЦИИ И ДЕДУКЦИИ В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ В ВЫСШЕМ ОБРАЗОВАНИИ

Аннотация. В данной статье анализируются теоретические основы использования методов индукции и дедукции в преподавании математических дисциплин в системе высшего образования, а также возможности их практического применения. По результатам исследования, интеграция индуктивного и дедуктивного подходов является важным фактором в развитии у студентов навыков логического, творческого и аналитического мышления.

Ключевые слова: индукция, дедукция, математическое мышление, методы преподавания, высшее образование, логическое мышление.

THE ROLE OF INDUCTION AND DEDUCTION METHODS IN DEVELOPING MATHEMATICAL THINKING IN HIGHER EDUCATION

Annotation. This article analyzes the theoretical foundations of using induction and deduction methods in teaching mathematics in higher education, as well as their practical application possibilities. According to the research results, integrating inductive and deductive approaches serves as an important factor in developing students' logical, creative, and analytical thinking skills.

Keywords: induction, deduction, mathematical reasoning, teaching methods, higher education, logical thinking.

Matematikani oliy ta'limda o'qitishda nazariy bilimlar bilan birga talabalarning mustaqil va mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantirish muhim vazifadir. Bu, talabalarni zamonaviy dunyodagi muammolarni hal qilishga tayyorlaydi va ularning ijodkorlik hamda tanqidiy fikrlash salohiyatini oshiradi. Buning uchun o'quv dasturlarida yangi metodikalar, interaktiv dars usullari, muammoli vaziyatlarni tahlil qilish va amaliy loyihalarni qo'llash muhim.

Matematika nafaqat ko'nikmalarni, balki talabalarning mantiqiy, tahliliy va ijodiy tafakkurini rivojlantirishni ham maqsad qiladi. Ushbu maqsadga erishishda tafakkur operatsiyalari alohida o'rin tutadi. Tafakkur operatsiyalari – bu fikr yuritish jarayonidagi faol harakatlar bo'lib, ular yordamida talabalar matematik tushunchalarni anglaydi, o'zaro bog'liqliklarni ko'radi va muammolarni yechadi. Masalan, induksiya - bu xususiy misollardan umumiy xulosaga kelish

jarayoni bo'lsa, deduksiya esa umumiy qoidalaridan xususiy holatlarga o'tish metodidir. Har ikkala yondashuv matematik tafakkurning tarkibiy qismi bo'lib, ularni o'qitish jarayonida to'g'ri qo'llash o'qituvchidan yuqori metodik tayyorgarlikni talab etadi.

Ma'lumki, matematika fani ideal obyektlar bilan shug'ullanadi, lekin uning mazmunida barcha matematik obyektlar moddiy olam predmetlarini aks ettiradi, ularning mohiyati moddiy predmetlar xossalarini qarashda ikkinchi darajalilarini hisobga olmaslikni anglatib, tekshirilayotgan xossalar eng umumiy va sof xolda namoyon bo'ladi. Shuning uchun xam barcha matematik tushunchalar va qoidalar borliqning eng chuqur va umumiy xossalarini bilishni talab etadi. Tabiat qonunlarini o'rganishda matematika maxsus vositalar, tadqiqotning ilmiy usullaridan foydalanadi. O'qitish jarayonida esa o'quvchilar matematik xaqiqatlarni kashf etuvchilar xolatiga qo'yiladi va shuning uchun matematik tadqiqotlar ilmiy usullari bir vaqtning o'zida o'quvchilarning o'qish usullari ham hisoblanadi. Shunday qilib, matematik tadqiqotning matematika o'qitishda qo'llaniladigan asosiy usullari quyidagilardir: kuzatish va tajriba; taqqoslash va analogiya; analiz va sintez; umumlashtirish, maxsuslashtirish, konkretlashtirish va abstraksiyalash.

Tafakkurning mantiqiy usullari: induksiya va deduksiya, analiz va sintez, analogiya, umumlashtirish va konkretlashtirish, klassifikatsiyalash, kuzatish va tajriba. Bular bilishning umumiy qonuniyatlari bo'lib, ularni matematikaga qo'llash o'ziga xos xususiyatlarga ega. Bu qonunlar bir tomondan oliy ta'lim matematikasini mantiqiy izohlasa, ikkinchi tomondan uni o'zlashtirish usullarini ifodalaydi, ya'ni mazmuni va o'qitish metodlari orasida aloqa o'rnatadi. Bu o'qitish metodlari doimo o'zaro aloqadorlikda ishlaydi.

O'quv-bilish faoliyatini tashkil qilish metodlari bir necha guruhga bo'linadi, bular:

- 1.O'quvchilar bilim oladigan manbalar bo'yicha: og'zaki, ko'rsatmali, amaliy metodlar.
- 2.O'quvchi fikrining yo'nalishi bo'yicha: induksiya, deduksiya, analogiya.
- 3.Pedagogik ta'sir boshqarishning darajasi, o'quvchilarning o'qishida mustaqillik darajasi bo'yicha: o'qituvchi boshchiligida bajariladigan o'quv ishi metodi.
- 4.O'quvchilarning mustaqil faolliklari darajasi bo'yicha: izohli-illustrativ, re-produktiv, bilimlarni jumboqli bayon qilish metodi, qisman izlanish va tadqiq qilish metodi.

Ikkinchi guruh o'quvchi fikrining yo'nalishi bo'yicha: induksiya, deduksiya xususida to'xtalamiz. Induksiya – ma'lum miqdorda yakka holdagi fakt, hodisa va jarayonlarni kuzatish orqali, shu kuzatishlarga tayangan holda ishlab chiqarilgan umumiy xulosa chiqarish. Bu usul bo'yicha, oldin ko'p miqdordagi obyekt yoki jarayonlar yaxshilab kuzatiladi, o'rganib chiqiladi, keyin ushbu kuzatishlardan yagona, umumiy xulosa chiqariladi. Induksiya mantiq asosiy o'ringa ega emas, tajriba birlamchi ro'lga ega. Faktlardan qoidaga qarab, yakka holdagi ko'plab o'rnaklardan yagona umumiy xulosaga qarab boriladi. Xususiy holatlar, fikrlardan umumiy bir xulosa ishlab chiqiladi.

Induksiya (lotincha: inductio — to'g'rilash, tartibga keltirish) (mantiqda) — ayrim fikrlardan umumiy xulosalar chiqarishda va mantiqiy tadqiqotlarga qo'llaniladigan muhokama usuli. Xususiylikni o'rganib, umumiylik bilib olinadi. Umumiylik predmet va hodisalar bilan uzviy aloqada bo'ladi. Umumiylikning eng muhim tomonlaridan biri induktiv xulosa chiqarishdir. Induksiyaning o'rganish fanda kadimdan, hind, yunon mantiqshunosligida, Lao-szi maktabida boshlangan. Induksiya masalalari Aristotel, Abu Ali ibn Sino asarlarida uchraydi. 17— 18-asrlarda empirik tabiatshunoslik yuzaga kelgach, olimlar bu masalaga alohida e'tibor berdilar. Induksiyaning rivojlantirishga F. Bekon, G. Galiley, I. Nyuton, J. Mill kabi olimlar katta hissa qo'shdilar. Induksiya bilimlarning tashkil topishida, qonuniyatlarni ochishda, tushunchalarni maydonga chiqarish jarayonida, gipotezani olg'a surishda fan uchun muhim ahamiyatga ega.

Induksiya to'liq, to'liq bo'lmagan va ilmiy xulosa chiqarishga bo'linadi. To'liq induktiv xulosa chiqarish biror narsani sinchiklab o'rganish va tahlil qilish asosida amalga oshiriladi. To'liq induksiya doimo to'liq bo'lmagan induksiya bilan bog'liq. To'liq bo'lmagan induksiya aniq faktlar asosida noaniq faktlar keltirib chiqariladi va natijada ong boyitiladi. Induksiyaning oliy shakli ilmiy induksiya. Ilmiy induksiya asosida narsalarning sababiy bog'lanishini tekshirish

96 uslubi yotadi. Masalan, o'limliklarning ayrim ko'rinishlarini o'rganish asosida biz suv ular uchun asosiy hayot manbai, degan xulosaga kelamiz, chunki hamma o'limliklarga namlik kerak.

Har qanday induktiv xulosa chiqarish asosini borliq, narsa tashkil qiladi. Bu uslub dunyoni ilmiy bilishda muhim rol o'ynaydi. Shuning uchun obyektiv haqiqatni bilishda induksiya doim deduksiya bilan mustahkam aloqada bo'ladi.

Tasdiq chiqarishning ikki xil turi mavjud. Bulardan induksiya qadimgi grek olimi Sokrat (eramizgacha 469-399 yillar) nomi bilan bog'liq. Induksiya – yo'naltirish, uyg'otish ma'nosida bo'lib, uch asosiy ko'rinishga ega:

1) ikki yoki bir nechta birlik yoki xususiy hukmlardan yangi umumiy hukm, xulosa chiqariladi;

2) tadqiqot usuli bo'lib, ob'ektlar to'plami barchasiga tegishli xossalar ba'zi alohida olingan ob'ektlarda o'rganiladi;

3) materialni bayon qilish usuli bo'lib o'qitishda unchalik umumiy bo'lmagan qoidalar umumiy qoidalar (xulosa va natijalar) ga kelinadi. Misollar: birlik hukmlar: aylana, ellips va boshqa chiziqlar to'g'ri chiziq bilan ikkitadan ko'p bo'lmagan nuqtada kesishadi.

Xususiy hukmlar: ellips, giperbola va hokazo konik kesimlar turlari bo'lib, ikkinchi tartibli egri chiziqlar to'g'ri chiziq bilan ikkitadan ortiq bo'lmagan nuqtada kesishadi.

Induksiya - bu fikrlash usuli bo'lib, unda umumiy xulosa (gipoteza) alohida alohida omillarni o'rganishga asoslanadi. Agar barcha alohida faktlar (holatlar) istisnosiz ko'rib chiqilsa, unda induksiya to'liq deb ataladi, aks holda u to'liq emas.

Induktiv xulosalarning asosiy turlari:

- to'liq bo'lmagan induksiya;

- to'liq induksiya.

Induksiyaning ikkita asosiy turi mavjud: to'liqsiz va to'liq. Tugallanmagan induksiya (tadqiqot usuli sifatida) induksiya bo'lib, unda ma'lum bir vaziyat bilan bog'liq barcha alohida holatlar tugamaydi.

To'liq bo'lmagan induksiyada berilgan vaziyatga taalluqli barcha xususiy hollar qarab chiqilmaydi. Masalan, $5+2=2+5$ tenglikdan $a+b=b+a$ yoki arifmetik progressiya n -hadi formulasini keltirib chiqarish, bunda faraz keltirib chiqariladi, isbot esa deduktiv yo'l bilan amalga oshiriladi.

To'liq bo'lmagan induksiya - bu ko'rib chiqilayotgan kontsepsiya (yoki tushunchalar tizimi) bilan bog'liq bir yoki bir nechta (ammo hammasi emas) individual yoki alohida mulohazalarni ko'rib chiqishga asoslangan xulosa. To'liq bo'lmagan induksiyaga asoslangan xulosa noto'g'ri bo'lishi mumkin, shuning uchun tadqiqot usuli sifatida induksiya juda ehtiyotkorlik bilan qo'llaniladi. To'liq bo'lmagan induksiyaning ahamiyati shundaki, alohida holatlarni ko'rib chiqish naqshni aniqlashga imkon beradi va bu naqshning tabiati haqida farazni shakllantirishga yordam beradi; isbotlash boshqacha tarzda amalga oshirilishi kerak (odatda chegirma bilan). Maktab o'quvchilarini o'qitish jarayonida to'liq bo'lmagan induksiyaga ehtiyotkorlik bilan munosabatda bo'lish kerak, o'quvchilar induksiyaga asoslangan xulosalar ham yolg'on, ham haqiqat bo'lishi mumkinligini bilishlari kerak; Ammo to'liq bo'lmagan induksiyaning e'tiborsiz qoldirib bo'lmaydi; bu usul "oddiydan murakkabga" o'rganish tamoyilini amalga oshiradi; Mavzuni induktiv usul yordamida o'rganish, ayniqsa, material asosan faktik xususiyatga ega bo'lgan yoki tushunchalarni shakllantirish bilan bog'liq bo'lgan hollarda foydali bo'ladi, ularning ma'nosi faqat induktiv fikrlash orqali aniq bo'ladi.

Tugallanmagan induksiya (tadqiqot usuli sifatida)chala induksiya bo'lib, unda ma'lum bir vaziyat bilan bog'liq barcha maxsus holatlar tugamaydi. To'liq bo'lmagan induksiya noto'g'ri xulosaga olib kelishi mumkin (noto'g'ri gipoteza).

Tugallanmagan induksiya - mulohaza asosida xulosa chiqarish bir yoki bir nechta (lekin hammasi emas) individual yoki alohida mulohazalar, ko'rib chiqilayotgan kontsepsiya (yoki tushunchalar tizimi) bilan bog'liq.

To'liq induksiya - bu asoslangan xulosa bo'lib tegishli barcha individual va alohida hukmlarni (ishlarni) ko'rib chiqish, ko'rib chiqilayotgan vaziyatga to'liq induksiya asosida tuzilgan xulosa, agar fikrlashda xatolar bo'lmasa, har doim ishonchli bo'ladi.

To'liq induksiya berilgan vaziyatga taalluqli barcha birlik va xususiy hukmlarni qarashga asoslangan xulosa chiqarishga tayanadi. Masalan, birinchi 10 ta son orasidagi tub sonlar sonini aniqlash uchun barcha sonlarni qarab chiqish mumkin. Ba'zida to'liq induksiya isbotlash uchun qo'l keladi, masalan, ichki chizilgan burchakni o'lchashda uchta xususiy hol qaralishi mumkin: burchakning bir tomoni diametr bo'lgan hol, diametr burchak ichida bo'lgan hol, diametr burchakdan tashqarida bo'lgan hol.

Misol. Talaba uchburchakning ichki burchaklarining bissektrisalarini tuzadi va ularning bir nuqtada kesishganini payqaydi. Tajribasini bir necha marta takrorlab, u shunday xulosaga keladi: "Uchburchakning ichki burchaklarining bissektrisalari bir nuqtada kesishadi". To'liq bo'lmagan induksiya asosida tuzilgan bu xulosa (gipoteza) to'g'ri. Talabalarga nima uchun buni isbotlash kerakligini tushuntiramiz.

Induktiv xulosa ko'p asrlik ijtimoiy-tarixiy va ishlab chiqarish amaliyoti jarayonida rivojlangan va uning kelib chiqishi kuzatish va tajribaga bog'liq. Xulosa qilishning bir turi sifatida induksiya birinchi marta qadimgi yunon faylasufi Sokrat asarlarida tilga olingan.

Induktiv o'qitish usullarining zaif tomoni shundaki, ular yangi materialni o'rganish uchun deduktiv usullardan ko'ra ko'proq vaqt talab etiladi. Ular mavhum fikrlashni rivojlantirishga kamroq hissa qo'shadilar, chunki ular aniq faktlar, tajribalar va boshqa ma'lumotlarga asoslanadi.

Birinchidan, o'qitishda induksiyadan foydalanish o'qituvchi tomonidan tuzatiladi va haqiqatlarni ochishga yo'naltiriladi. Ikkinchidan, biz o'quvchilar induktiv xulosaning asosli mohiyatini tushunishlarini ta'minlashimiz kerak. Shuning uchun induksiyadan foydalanganda, xulosa faqat taxmin, gipoteza ekanligini isbotlash (agar u haqiqat bo'lsa) yoki rad etish (agar u noto'g'ri bo'lsa) ekanligini har tomonlama ta'kidlash kerak.

Deduksiya lotincha so'zdan olingan bo'lib, "deduktio" – keltirib chiqarish ma'nosini anglatib, tasdiqning bir shakli hisoblanib, bitta umumiy hukmdan va bitta xususiy hukmdan yangi unchalik umumiy bo'lmagan yoki xususiy hukm keltirib chiqariladi. Masalan: Umumiy hukm: EKUB (6,7) = 1

Yangi xususiy hukm: 6 va 7 o'zaro tub sonlar

Deduktiv xulosalar uch xilda bo'ladi:

a) umumiyroq qoidadan umumiyroq bo'lmagan (yoki birlik) hukmga o'tish, masalan, yuqoridagi misol bundan dalolat beradi;

b) umumiy qoidadan umumiy qoidaga o'tish (masalan, barcha juft sonlar 2 ga bo'linadi, barcha toq sonlar 2 ga bo'linmaydi, xech qanday juft son bir vaqtda toq son ham bo'la olmaydi);

v) birlikdan xususiyyga o'tish (2 soni – tub son, 2 – natural son, ba'zi natural sonlar tub sonlardir).

Matematikada yana matematik induksiya tamoyili mavjudki, u orqali ko'pgina mulohazalarni isbotlash mumkin bo'ladi. Uning bosqichlari quyidagilardan iborat:

1) kuzatish va tajriba;

2) faraz;

3) farazni asoslash (isbotlash).

U uch qadamda amalga oshirilishi mumkin:

1) $n=1$ uchun mulohaza to'g'riligi tekshiriladi;

2) $n=k$ uchun mulohaza to'g'ri deb, mulohazaning $n=k+1$ uchun to'g'riligi isbotlanadi;

3) isbotning oldingi ikki qadami va matematik induksiya tamoyiliga asosan teorema yoki mulohaza har qanday n uchun to'g'ri, degan xulosaga kelinadi. Bundan o'qitishda keng qo'llanilib, turli xil sonli tengliklar va tengsizliklarni isbotlashda foydalanish mumkin.

Deduksiya - fikrlash shakli bo'lib, unda ba'zi berilgan bayonotlardan mantiqiy xulosa chiqariladi. Teoremani isbotlash uchun uni aksiomalarga yoki ilgari isbotlangan teoremalarga qisqartirish kerak.

Deduktiv usul maktabda, ayniqsa o'rta maktabda asosiy hisoblanadi.

Deduktsiya - bu bitta umumiy yoki bitta alohida bayonotdan yangi, kamroq umumiy yoki alohida hukm olinadigan xulosa chiqarish shakli. Matematik mantiq hisoblarida qat'iy darajadagi deduktiv jarayonlar tasvirlangan va Aristotel birinchi bo'lib deduktsiya nazariyasini yaratgan. Rene Dekart kishi narsalarni bilishga ikki yo'l bilan keladi, deb hisoblagan: tajriba orqali va deduktsiya yordamida, buni u xulosa deb atagan; tajriba ko'pincha bizni yo'ldan ozdiradi va deduktsiya bizni bu kamchilikdan xalos qiladi.

Tadqiqot usuli sifatida deduktsiya ma'lum bir ob'ekt (tushuncha, xususiyat) haqida yangi bilimlarni olish uchun ular ushbu ob'ektga eng yaqin ob'ektlar sinfini (eng yaqin umumiy tushuncha) topib, ushbu ob'ektga tatbiq etishlari bilan tavsiflanadi. Deduktsiya darslikdagi materialni taqdim etishning maxsus shakli sifatida, umumiy qoidalar va qoidalardan kamroq umumiy yoki alohida qoidalar yoki qoidalarga keladigan o'qitish usullaridan biri sifatida harakat qilishi mumkin.

Deduktsiya o'quv materialini taqdim etishning asosiy shakllaridan biri sifatida o'qitishda keng qo'llaniladi. Deduktiv fikrlashda yangi bilimlar bevosita tajribaga murojaat qilmasdan, bilvosita olinadi. O'quv predmetini qurishda deduktiv yondashuv ko'plab individual faktlarni tavsiflash o'rniga, tegishli bilim sohasiga nisbatan umumiy tamoyillar, tushunchalar va ko'nikmalarni belgilashga imkon beradi, ularning o'zlashtirilishi keyinchalik talabalarga barcha aniq narsalarni tahlil qilish imkonini beradi. Deduktiv usuldan foydalanish, ayniqsa, nazariy materialni o'rganishda, ba'zi umumiy qoidalardan oqibatlarini aniqlashni talab qiladigan muammolarni hal qilishda foydalidir. Bu talabalarga umumiy va mavhum xarakterdagi bilimlarni ertaroq egallashga, keyin esa undan aniqroq va aniqroq bilim olishga imkon beradi. Bu o'quv materialini miqdorini va uni o'zlashtirish uchun zarur bo'lgan vaqtni qisqartirish uchun katta imkoniyatlar ochadi.

Deduktsiya mantiqiy fikrlashni shakllantirishda katta rol o'ynaydi, o'quvchilarda yangi bilimlarni o'zlashtirishda allaqachon ma'lum bo'lgan bilimlardan foydalanish qobiliyatini rivojlantirishga hissa qo'shadi, muayyan aniq qoidalarni mantiqiy asoslash, o'z fikrlarining to'g'riligini isbotlash. Deduktsiya har bir aniq holatga hodisalar zanjirining bo'g'ini sifatida yondashishni rivojlantiradi va ularni bir-biri bilan bog'liq holda ko'rib chiqishga o'rgatadi. Deduktiv fikr yuritish natijasida talaba dastlabki shartlardan tashqariga chiqadigan ma'lumotlarni oladi va ulardan foydalanib, yangi xulosalarga keladi. Boshlang'ich pozitsiyalar ob'ektlarini doimo yangi bog'lanishlarga qo'shib, ularda yangi xususiyatlarni kashf etadi. Bu faoliyatning rivojlanishiga va fikrlashning "mahsuldorligiga" hissa qo'shadi. O'quvchilarning sabab tafakkurini shakllantirishda deduktsiya muhim o'rin tutadi. Deduktsiyani o'zlashtirish o'quvchilarga o'rganilayotgan fakt va hodisalar o'rtasidagi ob'ektiv bog'lanish va munosabatlarni ochib beradi. Deduktsiya o'quvchilarning olgan bilimlarini amaliyotda qo'llashga, ko'pincha mavhum xarakterga ega bo'lgan umumiy nazariy tamoyillardan o'quvchilarning hayotda va o'quv faoliyatida duch kelishi kerak bo'lgan aniq hodisalarga nisbatan foydalanishga yordam beradi. Deduktsiya maktab bilimi bilan hayot o'rtasidagi bog'liqlikni belgilovchi asosiy usullardan biridir.

Xulosa. Oliy ta'limda matematik tafakkurni shakllantirish jarayonida induksiya va deduktsiya metodlari muhim o'rin tutadi. Induksiya metodi orqali talabalar alohida misol va hodisalardan umumiy xulosalarga kelishni, qonuniyatlarni kashf etishni o'rganadilar. Bu ularning kuzatuvchanligi, tahlil qilish, umumlashtirish va mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantiradi. Deduktsiya metodi esa umumiy qonun va nazariyalardan aniq holatlar, teoremlar yoki natijalarni chiqarish orqali talabalar tafakkurining izchilligini, mantiqiy asoslash va isbotlash malakasini shakllantiradi.

Mazkur metodlarning uyg'un qo'llanilishi natijasida talabalar matematik bilimlarni nafaqat yod olish, balki ularni mantiqiy asosda anglab, mustaqil fikr yuritishga o'rganadilar. Induktiv va deduktiv tafakkurning muvozanatli rivoji oliy ta'limda matematik madaniyatni yuksaltirish, ijodkorlikni rag'batlantirish hamda amaliy masalalarni tahliliy yechish ko'nikmalarini shakllantirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shunday qilib, induksiya va deduktsiya metodlari matematika ta'limining metodik asosini tashkil etib, talabalarni ilmiy fikrlashga, mantiqiy izchillikka va chuqur tahliliy yondashuvga tayyorlaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Alixonov S. Matematika o'qitish metodikasi. Cho'lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent — 2011.
2. Usarov J.A. va boshq. Matematika o'qitish metodikasi. O'quv qo'llanma Toshkent: "SAHHOF" MChJ, 2021.
3. Ibragimov X, Sh. Abdullayeva. Pedagogika nazariyasi. "Fan va texnologiya" nashriyoti, 2008.
4. Grudenov Ya.I. Matematika o'qituvchisi sifatida ishlash usullarini takomillashtirish: Kitob: o'qituvchilar uchun. – M.: Ta'lim, 1990 yil
5. Брушлинский А.В. Мышление и прогнозирование. Логико-психологический анализ. – М.: Академия, 2004. – 544 с.
6. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий. – М.: Академия, 2007. – 320 с.
7. Галеева А.Р., Мамедова Л.В. Исследование уровня развития мыслительных операций у детей старшего дошкольного возраста. Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 12-2. – С. 187-188;
8. Jalilov A.A. 7-9 sinf o'quvchilarining algebra darslarida tafakkur operatsiyalari rivojlanishining psixologik jihatlari. Pedagogik mahorat. Ilmiy-nazariy va metodik jurnal. 2024, № 12.