

Azamatov Axat Raxmatovich

Alfraganus universiteti

matematika va fizika kafedrası

fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

axat_ar@mail.ru

AMALIY MATEMATIKA FANI MAZMUNIGA OID MODEL MASALALARINI TUZISH

Annotatsiya. Ushbu maqolada iqtisodiy yo'nalishlarda "Amaliy matematika" fanining mazmuni haqida so'z boradi. Maqolada "Amaliy matematika" fanini o'qitishda matematika fanidan beriladigan bilimlarni iqtisodiyot yo'nalishidagi fanlardagi modellar bilan aloqasi yoritilgan bo'lib, matematika fani elementlarini tadbqiq etishga yo'naltirilgan masalalar namunalari va shu masalalarning matematik modeliga mos tayanch matematik bilimlar keltirilgan.

Kalit so'zlar: amaliy matematika, iqtisod, obyekt, model, matematik model, iqtisodiy matematik model, talaba, bilim, bog'lanish.

DEVELOPMENT OF MODEL PROBLEMS ON THE CONTENT OF APPLIED MATHEMATICS

Abstract. This article discusses the content of the subject "Applied Mathematics" in economic disciplines. The article highlights the relationship between the knowledge provided in mathematics in the teaching of "Applied Mathematics" and models in economic disciplines, and presents examples of problems aimed at applying elements of mathematics and basic mathematical knowledge corresponding to the mathematical model of these problems.

Keywords: applied mathematics, economics, object, model, mathematical model, economic mathematical model, student, knowledge, connection.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПО СОДЕРЖАНИЮ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. В статье рассматривается содержание предмета «Прикладная математика» в рамках экономических дисциплин. В статье рассматривается взаимосвязь между математическими знаниями, изучаемыми в рамках преподавания предмета «Прикладная математика», и моделями в экономических дисциплинах, а также приводятся примеры задач на применение элементов математики и базовых математических знаний, соответствующих математической модели этих задач.

Ключевые слова: прикладная математика, экономика, объект, модель, математическая модель, экономико-математическая модель, студент, знания, связь.

Kirish. Matematika fanini o'zlashtirish iqtisodiy yo'nalish mutaxassisiga iqtisodiy ma'lumotlar bo'yicha hisob-kitob ishlarini amalga oshirish, vaqt o'tishi bilan esa ma'lumotlardagi mumkin bo'lgan o'zgarishlarni baholash, ya'ni shu davrda kechayotgan voqealar, ilmiy va texnik rivojlanishlar, zamon talablari asosida iqtisodiy yo'nalishlarda zaruriy bashoratlarni ishlab chiqish imkonini beradi. Matematik konikmalarni rivojlantirish iqtisodchiga hisob-kitoblarning aniqligini oshirishga yordam beradi, ularni to'g'ri bajarishga ishonch hosil qilish va bevosita ish jarayoniga qo'llanilishi mumkin bo'lgan hisob-kitoblar va matematik tamoyillar sonini kengaytiradi.

Zamonaviy o'qitish texnologiyalari shuni ko'rsatadiki, taklif etilayotgan Matematika fani mazmuni iqtisodiyot yo'nalishi talabalari uchun murakkab tushunchalarni o'z ichiga olgan nazariy matematika emas, balki berilayotgan ma'lumotlar aniq, qisqa va lo'nda hamda, eng asosiysi,

iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish hamda yechish uchun yetarli bo'lishi, murakkab matematik isbot va izohlardan holi bo'lishi, bo'lajak mutaxassislar yo'nalishidagi muammolarni yechishga yo'naltirilganligi muhimdir. Shu nuqtai nazardan iqtisodiy jarayonlar obyektlari, jarayonlardagi obyektlar orasidagi bog'lanishlarni ifodalaydigan matematik modellar, ya'ni iqtisodiy matematik modellarni yechish usullarini, yechimlarni tahlil etish imkoniyatlarini bayon etilishi yetarlidir [1]. Endi obyekt va modellar talqiniga qisqacha to'xtalib o'tamiz.

Izlanuvchini qiziqtirayotgan va o'rganilayotgan narsa yoki jarayon **obyekt** deb ataladi. O'rganilayotgan bir turdagi obyektlar o'zining xususiyatlari – **tavsifiga** ega bo'ladi. Aynan bir turdagi har bir alohida olingan obyekt boshqasidan shu tavsifga mos **tavsif qiymati** bilan farqlanadi. Masalan, o'rganilayotgan obyektlar sayyoralar bo'lsa:

Sayyoralar tavsifi	shakli	og'irligi (kg)	radiusi (km)	aylanish tezligi
Yer tavsif qiymati	sharsimon	$5976 \cdot 10^{21}$	6378	30 km/sek

Ko'p hollarda ma'lum bir sohaga oid izlanishlar olib borilayotganda haqiqiy obyekt emas, balki uning qandaydir ma'nodagi nusxasi o'rganiladi. Bunga, bir tomondan, ma'lum bir sabablarga ko'ra (chaqmoqning turg'un emasligi, quyoshning uzoqligi, obyekt bilan ishlash katta mablag' talab etishi yoki inson hayotiga havf solishi va hokazo) haqiqiy obyektning to'g'ridan-to'g'ri o'rganishning imkoni bo'lmasa, ikkinchi tomondan izlanishlar uchun obyektning qandaydir ma'nodagi nusxasini o'rganishning o'zi ham yetarli bo'ladi. Albatta, bu hollarda obyektning nusxasi izlanish olib borilayotgan sohaning talablariga to'liq javob berishi shartdir.

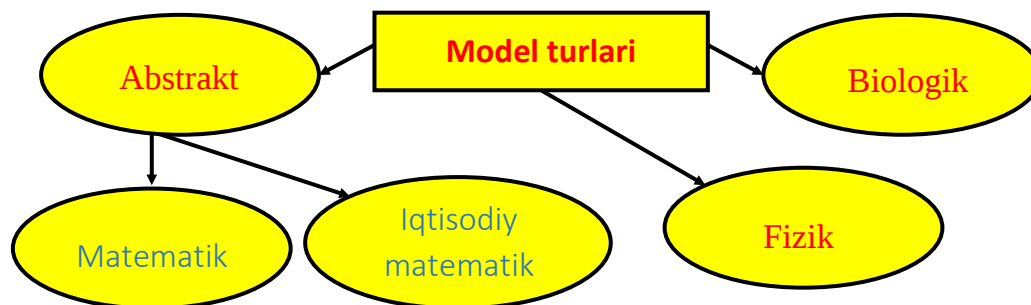
Model – haqiqiy **obyektning** izlanish olib borilayotgan sohaning ma'lum talablariga javob beradigan **nusxasidir**. Hayotda obyektlarning modellariga juda ko'p misollar keltirish mumkin. Masalan, yerning modeli sifatida globus yoki xarita; samolyotning modeli sifatida kichiklashtirilgan nusxasi, avtomashinaning modeli sifatida o'yinchoqlar; chaqmoqning modeli sifatida yuqori kuchlanishli elektr manbaidagi qisqa tutashuv; insonning modeli sifatida uning hujayrasi yoki qo'g'irchoq yoki fotosurati; inson miyasining hisoblashga oid modeli sifatida kalkulyator yoki kompyuter xizmat qilishi mumkin.

Hayotda shunday jarayonlar bo'ladiki, ularning modeli sifatida matematik munosabatlar va formulalar qaratiladi. Bu holda tanlangan model haqiqiy obyektning xususiyatlarini o'zida mujassamlashtirgan bo'lishi zarur, ya'ni o'rganilayotgan obyekt va tanlangan model xususiyatlari bir xil munosabat va formulalar orqali ifodalanishi lozim.

O'rganilayotgan obyekt tavsiflarining matematik munosabatlar, belgilar va bog'lanishlar orqali ifodasi **matematik model** deb ataladi.

O'rganilayotgan obyektning matematik munosabatlar va belgilar orqali ifodalash jarayoni **matematik modellashtirish** deb ataladi.

Umuman olganda, modellar obyektlarni ifodalash vositalarini tanlashga qarab quyidagi sxemada tasvirlanganidek uch asosiy turga bo'linadi:



1. Abstrakt modellar o'z navbatida ikki guruhga bo'linadi: **matematik** va **iqtisodiy matematik** modellar.

Matematik modellar obyektning tuzilishi va o'zaro bog'lanish qonuniyatlarining matematik munosabatlar, formulalar va matematik-mantiqiy tavsifidan iborat.

Iqtisodiy matematik modellar XVIII asrdan qo'llanila boshlangan. F. Kenening "Iqtisodiy jadvallar"ida birinchi marta butun ijtimoiy ishlab chiqarish jarayonini shakllanishini ko'rsatib berishga harakat qilingan. Hozirgi kunda iqtisodiy modellar yordamida iqtisodiy taraqqiyotning eng umumiy qonuniyatlari tekshiriladi. Turli iqtisodiy ko'rsatkichlar, jumladan, milliy daromad, iste'mol, ish bilan bandlik, jamg'armalar, investitsiya ko'rsatkichlarini o'zgarishi va nisbatini tahlil qilish, uni oldindan aytib berish uchun murakkab iqtisodiy modellar qo'llaniladi.

2. Fizik modellarda obyektning tabiati va tuzilishi deyarli asl nusxasi kabi bo'ladi, lekin undan miqdor (o'lchami, tezligi va hokazo) jihatidan farq qiladi. Misol sifatida samolyot, kema, avtomobil, poyezd va boshqalarning modellarini olish mumkin.

3. Biologik model esa turli jonli obyektlar va ularning qismlariga (hujayra, organizm va hokazo) xos biologik tuzilish, funktsiya va jarayonlarni modellashtirishda qo'llaniladi. Biologik model odam va hayvonlarda uchraydigan ma'lum bir holat yoki kasalliklarni laboratoriya hayvonlarida sinab ko'rish imkonini beradi. Masalan, zararli virusni halok etadigan dorini tekshirish uchun insonning o'zida emas, balki avval uning qonidan oz miqdorda olib, shu qonning o'zida sinab ko'rilishi yetarli.

Shuni ta'kidlash zarurki, qaysi sohada bo'lmasin, matematik modellashtirish uchun faqatgina matematikadan emas, balki shu sohalardan ham yetarlicha bilimga ega bo'lish zarurdir. Quyida iqtisodiy jarayonlarga oid matematik modellar namunalarini ko'rib chiqamiz.

Tahlil va natija. Iqtisodiy matematik modellar iqtisodiyot yo'nalishiga mansub makroiqtisodiyot, mikroiqtisodiyot, ekonometrika kabi fundamental fanlarida muntazam o'rganib kelinadi [2, 3, 4, 5]. Bu fanlardagi modellarni tushunish va yechish uchun "Amaliy matematika" fanida sodda iqtisodiy matematik modellarni ko'rib chiqish, bu modellarni yechish va tahlil etish usullarini bayon etishga yo'naltirilgan tayanch matematik bilim berish maqsadga muvofiqdir.

Quyida sodda iqtisodiy matematik modellarga olib keladigan masalalar namunalarini matematik asosiga mos keltiramiz.

A. Ulush, proporsiya va (oddiy, murakkab) foizlar bilan bog'liq modellar.

1. Firma rahbari olingan 6000\$ umumiy daromadning $\frac{3}{5}$ qismini xizmatchilarni mukofotlashga, daromadning qolgan qismining $\frac{1}{6}$ qismini reklamaga, daromadning qolgan qismini firmani rivojlantirishga sarflashni rejalashtirdi. Firmani rivojlantirishga qancha mablag' ajratilganini aniqlang.

2. Ali "A&B" kompaniyasining 1000\$ lik aksiyasini, Vali esa 700\$ lik aksiyasini sotib oldi. Yil so'ngida Ali 120\$ dividend olgan bo'lsa, u holda Vali olgan dividendni aniqlang.

3. Bank omonat foizi stavkasi yiliga 24% ni tashkil etsa, 90 million so'mlik omonat ochgan mijozning bir yildan keyingi foydasini va bankdagi omonati miqdorini aniqlang.

4. Bank omonat foizi stavkasi yiliga 24% ni tashkil etsa, 90 million so'mlik omonat ochgan mijozning murakkab foizda hisoblanganda 3 yildan keyingi bankdagi omonati miqdorini aniqlang.

B. Darajalar, chiziqli tenglamalar bilan bog'liq modellar.

1. "AA" firmasiga birinchi kun 3 ta, keyingi har bir kun avvalgidan 3 marta ko'p mijoz keldi. X-kunda bir kunda kelgan mijozlar soni 500 tadan ortdi. X ning eng kichik qiymatini toping.

2. Chiziqli tenglamalar, ko'pincha, ishlab chiqarish cheklovlarini tavsiflash uchun mos keladi. Deylik, firmada ikki xil mahsulot ishlab chiqarish uchun har hafta 240 soat malakali ishchi kuchi mavjud. Birinchi x mahsulotning har bir birligi 3 soatlik malakali ishchi kuchini talab qiladi. Ikkinchi y mahsulotning bir birligi 4 soatlik malakali ishchi kuchini talab qiladi. Firmaning mehnat cheklovini tenglama orqali ifodalang.

3. Chiziqli amortizatsiyani ifodalash uchun chiziqli tenglamadan foydalanilganda transport firmasi furgonining joriy y qiymati x yildan keyin quyidagicha hisoblanadi: $y = 68000 - 8000x$. Furgonning dastlabki qiymatini, 3 yildan keyingi qiymatini toping.

4. Jami investitsiya summasi 60000\$ bo'lib, broker jami investitsiya summasining 14%i miqdorida foyda olishi uchun 11% foyda beradigan loyihaga qancha va 15% foyda beradigan loyihaga qancha sarmoya kiritishi kerak?

C. Funktsiyalar bilan bog'liq modellar.

1. Qurilma sozlovchi uyga tashrif buyurish uchun 50\$ va har bir ish soati uchun 35\$ oladi. Sotlovchining R daromadini ish soatlariga mos hisoblang.

2. Istirohat bog'iga kirishga 5\$, uchilgan har bir attraksion uchun 1\$ to'lanadi. Mijozning attraksion soni x ga mos C xarajatini hisoblang.

3. Poyabzal fabrikasi sotgan x birlik mahsuloti foydasi $p(x) = -x^2 + 250x - 10000$ ko'rinishda ifodalanganda olinadigan maksimal foydani aniqlang.

4. Uzoq muddatli o'rtacha xarajat $AC(x)$ ni quyida berilgan kvadratik funksiya bilan yaqinlashtirish mumkin. $AC(x)$ ning uchini topish orqali uzoq muddatli minimal o'rtacha xarajadni aniqlang: $AC(x) = x^2 - 120x + 4100$.

D. Tenglamalar va ularning sistemasi bilan bog'liq modellar.

1. Quyidagi bozor uchun tenglamalardan foydalanib P_e muvozanat narxini va Q_e sonini toping:

$$\text{Taklif: } \begin{cases} P = 0,25Q + 200 \end{cases}$$

$$\text{Talab: } \begin{cases} P = -0,5Q + 800 \end{cases}$$

2. Talab va taklifning quyidagi matematik modeli uchun 1) tenglamalar va 2) grafiklardan foydalanib, muvozanat narxi (P_e) va sonini (Q_e) toping.

$$\text{Taklif: } \begin{cases} Q = 5P + 10 \end{cases}$$

$$\text{Talab: } \begin{cases} Q = -3P + 50 \end{cases}$$

3. Ishlab chiqarishda umumiy daromad $R(x) = -3x^2 + 48x$ va umumiy xarajat $C(x) = 6x + 120$ bo'lsin. Zararsizlik nuqtasini toping.

4. O'rni bosuvchi ikki tovar, ya'ni b mol go'shti va $qo'y$ go'shti p uchun quyidagi tenglamalar sistemalaridan foydalanib, har bir bozor uchun muvozanat narxlar (P_b va P_p) va miqdorini (Q_b va Q_p) toping.

$$\text{Taklif: } \begin{cases} Q_b^S = 15P_b - 5 \end{cases} \quad \text{Taklif: } \begin{cases} Q_p^S = 32P_p - 6 \end{cases}$$

$$\text{Talab: } \begin{cases} Q_b^D = -3P_b + P_p + 82 \end{cases} \quad \text{Talab: } \begin{cases} Q_p^D = 2P_b - 4P_p + 92 \end{cases}$$

E. Matritsalar algebrasi va determinantlar bilan bog'liq modellar.

1. To'rtta chakana savdo rastasi bo'lgan TIG' qassobchilik firmasining Oloy bozorida 150 kg $qo'y$ (Q), 600 kg mol (M), 300 kg ot (O) va 125 kg $echki$ (E), Chorsu bozorida 240 kg Q , 700 kg M , 450 kg O va 150 kg E , EKO bozorida 120 kg Q , 400 kg M , 150 kg O va 100 kg E va $Qo'yliq$ bozorida 300 kg Q , 800 kg M , 330 kg O va 175 kg E go'shti bor. Shu bozorlardagi go'sht mahsulotlari zaxiralarni sodda shaklda ifodalang.

2. Narx va miqdorning muvozanat darajasini aniqlang.

$$\text{Taklif: } \begin{cases} -7P + 14Q = -42 \end{cases}$$

$$\text{Talab: } \begin{cases} 3P + 12Q = 90 \end{cases}$$

3. Daromadning muvozanat darajasi $\bar{Y}$ va berilgan $\bar{i}$ foiz stavkasini aniqlang.

$$IS \begin{cases} 0,3 \cdot Y + 100 \cdot i = 252 \end{cases}$$

$$LM \begin{cases} 0,25 \cdot Y - 200 \cdot i = 193 \end{cases}$$

4. Daromad Y_e va i_e foiz stavkasining muvozanat darajasini topish uchun teskari matritsa usulidan foydalaning.

$$\begin{cases} 0,35Y + 150i - 1409 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,2Y - 100i - 794 = 0 \end{cases}$$

F. Hosila va uning tadbiqlari bilan bog'liq modellar.

1. $P = 98 - 7 \cdot Q$ talab funksiyasi berilgan holda marjinal daromadni toping.

2. Umumiy daromadi $TR = 3300 \cdot Q - 26 \cdot Q^2$ va umumiy xarajati $TC = Q^3 - 2 \cdot Q^2 + 420 \cdot Q + 750$ bo'lgan firmaning $P(Q)$ foydasining maksimal qiymatini aniqlang.

3. Firmaning umumiy daromad funksiyasi $TR = 2 \cdot Q^3 - 18 \cdot Q^2 + 48 \cdot Q - 29$ ($Q \in [0; +\infty)$) bo'lsa, u holda $Q = 4$ da marjinal daromadni toping.

4. Firmaning foyda funksiyasi $P(Q) = -9 \cdot Q^2 + 126 \cdot Q - 45$ ($Q \in [0; +\infty)$) o'lsa, u holda eng katta foyda miqdorini toping.

G. Aniq integral va uning tadbiqlari bilan bog'liq modellar.

1. Agar mahsulot birligining narxi $p(x) = 100 - 2x$ funksiya bilan berilgan bo'lsa, ishlab chiqaruvchining umumiy daromadini aniqlang, bunda x - sotilgan birliklar soni. 0 dan 20

58 donagacha sotishda umumiy daromadni toping.

2. Agar mehnat unumdorligi $f(t) = \frac{21}{7t+19} + 63$ funksiya bilan ifodalansa, u holda ish kunining ikkinchi soatida ishchi tomonidan ishlab chiqarilgan mahsulot hajmini aniqlang.

3. Marjinal xarajat funksiyasi $MC(x) = 4x+10$ bilan berilgan. 0 dan 15 birlik mahsulot ishlab chiqarishga ketadigan umumiy xarajatlarni toping.

4. Agar kapital $K(t)=100+10t-t^2$ funksiyasiga mos to'plansa, 5 yildan keyingi umumiy kapitalni toping.

Albatta, yuqorida keltirilgan model masalalarining namunalari iqtisodiyot yo'nalishi "Amaliy matematika" fani mazmunining ma'lum qismini o'z ichiga olgan. Bu kabi model masalalarining namunalari keltirishdan asosiy maqsad matematik iqtisodiy modellarni ifodalash hamda iqtisodiyot yo'nalishidagi tayanch fanlarning matematik asosini yoritishdir. Shu bilan birga, bu masalalar orqali matematika fanining mazmuni bilan iqtisodiy fanlardagi matematik asos orasidagi bog'liqlikni ko'rsatib o'tildi.

Xulosa. Tayanch iqtisodiy matematik modellarni mazmunidan kelib chiqib "Amaliy matematika" fanida beriladigan bilimlar ushbu modellarni izohlash, yechish va tahlil etish uchun matematika fanidan beriladigan bilimlar minimal va yetarlicha hajmda berilishi maqsadga muvofiqligini ko'rsatadi. Iqtisodiyot yo'nalishining aksar tayanch fanlarining matematika bilan bog'langan modellari "Amaliy matematika" fani mazmunining asosini tashkil etishi, berilayotgan bilimlar talabani mutaxassislik fani masalalarini yechish uchun asos bo'lishi va, zarur bo'lsa, matematikadan chuqurlashgan bilimlarni qo'shimcha adabiyotlardan mustaqil bilim olishga yo'naltirishi muhimdir.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Azamatov A.R. Amaliy matematika fanining mazmuni haqida. // Til va adabiyot.uz. –2025, 4-son (Fevral), B.78-80.
2. B.T.Salimov, M.T. Asqarova, I.A. Yakubov, M.S. Yusupov, G'.T. Yuldashev, H.A. Hakimov. Mikroiqtisodiyot. Makroiqtisodiyot. Darslik. – T.: Iqtisodiyot, 2019. – 446 b.
3. X.Q. Qarshiboyev, Sh.A. Djalilov, B.I. Ashurov. Ekonometrika. O'quv qo'llanma. – T.: Iqtisod-Moliya, 2020. – 488 b.
4. G. Shodmonova. Iqtisodiy matematik usullar va modellar. O'quv qo'llanma. – T.: Musiqa, 2007. – 184 b.
5. Edward T. Dowling. Mathematical Methods for Business and Economics. Elektron qo'llanma. McGraw-Hil, 1993, 670 b.