

Qurbonov G'ulomjon G'afurovich

Buxoro davlat pedagogika instituti
Matematika va informatika kafedrası dotsenti
gulomjonqurbonov0880@gmail.com

To'yboyeva Zarina Avez qizi

Buxoro davlat pedagogika instituti
4-bosqich talabasi

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARIDA LOGARIFM TUSHUNCHASINING NAZARIY ASOSLARI

Annotatsiya. Ushbu maqolada logarifm tushunchasining kelib chiqish tarixi, 10-sinf matematikasida logarifm tushunchasining kiritilishining ilmiy nazariy asoslari, logarifm tushunchasining kiritishning ahamiyati va dolzarbligi haqida ma'lumotlar keltirilib o'tilgan. Bundan tashqari, logarifmik funksiyalar, ularning xossalari, logarifmni hisoblashga oid misollar yechib ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: logarifm, natural logarifm, o'nli logarifm, ko'rsatkichli funksiya, potentsirlash, teng kuchli, vertikal, asimtota, ayniyat.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОНЯТИЯ ЛОГАРИФМА В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛАХ

Аннотация. В данной статье представлена история возникновения понятия логарифм, научные теоретические основы введения понятия логарифм в математику 10 класса, сведения о значении и актуальности введения понятия логарифм. Кроме того, решены и показаны логарифмические функции, их свойства, примеры вычисления логарифма.

Ключевые слова: логарифм, натуральный логарифм, десятичный логарифм, экспоненциальная функция, потенцирование, равная сила, вертикаль, асимметрия, зеркальность.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF THE CONCEPT OF LOGARITHM IN SCHOOLS OF GENERAL SECONDARY EDUCATION

Annotation. This article presents the history of the origin of the concept of logarithm, the scientific theoretical foundations of the introduction of the concept of logarithm in 10th grade mathematics, the importance and relevance of the introduction of the concept of logarithm. In addition, examples of logarithmic functions, their properties, calculation of the logarithm are solved.

Keywords: logarithm, natural logarithm, decimal logarithm, exponential function, potentiation, equally strong, vertical, asymptote, singular.

Kirish. Bu nom Napier tomonidan kiritilgan bo'lib, yunoncha logoz va ariumoz so'zlaridan kelib chiqqan - bu so'zma-so'z "munosabatlar soni" degan ma'noni anglatadi. Logarifmlarni Napier ixtiro qilgan. Napier 1594-yildan kechiktirmay logarifmlarni ixtiro qildi. Baza bilan logarifmlar a matematika o'qituvchisi Shpeidel tomonidan kiritilgan. Baza so'zi kuchlar nazariyasidan olingan va Eyler tomonidan logarifmlar nazariyasiga o'tgan. "Logarifm" fe'li 19-asrda Koppe bilan paydo bo'lgan. Koshi birinchi bo'lib o'nlik va natural logarifmlar uchun turli belgilarni kiritdi. Zamonaviyga yaqin yozuvni 1893-yilda nemis matematigi Pringsheym kiritgan. Aynan u natural sonning logarifmini lnorqali belgilagan. Logarifmning berilgan asos darajasining ko'rsatkichi sifatida ta'rifini Uollis (1665), Bernulli (1694) da topish mumkin. Logarifmik ifodalar va funksiyalar juda ham qiziqarli hamda hayotimizda tez-tez uchrab turadi. Uzoq masofalarga sayohatni amalga oshirishning yagona yo'li har doim katta hajmdagi navigatsiya hisob-kitoblarini bajarish bilan bog'liq bo'lgan dengiz sayohati edi. Endi besh-olti

xonali sonlarni "qo'lda" ko'paytirish va bo'lishda hisob-kitoblarni charchash jarayonini tasavvur qilish qiyin. dinshunos o'zining asosiy faoliyatining tabiatiga ko'ra, bo'sh vaqtlarida trigonometrik hisob-kitoblarni amalga oshirar ekan, ko'paytirishning mashaqqatli protsedurasini oddiy qo'shish bilan almashtirishni taxmin qildi. Uning o'zi ham maqsadi "ko'pchilikni matematikani o'rganishdan qo'rqitadigan hisob-kitoblarning qiyinligi va zerikishidan xalos bo'lish" ekanligini aytdi. Urinishlar muvaffaqiyat bilan yakunlandi - logarifmlar tizimi deb ataladigan matematik apparat yaratildi. Xo'sh, logarifm nima? Logarifmik hisob-kitoblarning asosi sonning boshqacha ko'rinishidir: odatdagi pozitsion tizim o'rniga, biz o'rganib qolganimizdek, A soni kuch ifodasi sifatida ifodalanadi, bu yerda daraja asosi deb ataladigan ba'zi bir ixtiyoriy N soni mavjud. n ning shunday darajasiga ko'tarilganki, natijada A soni bo'ladi. Shunday qilib, $n - A$ sonining N asosga logarifmi. Logarifmlar asosini tanlash tizimning nomini aniqlaydi. Oddiy hisob-kitoblar uchun logarifmlarning o'nlik tizimi, fan va texnikada esa natural logarifmlar tizimi keng qo'llaniladi, bunda asos $e = 2,718$ irratsional sonidir. A sonining logarifmini aniqlovchi ifoda matematika tilida quyidagicha yoziladi: $n = \log(N)A$, bu yerda N daraja asosi.

Logarifmlarni hisoblashdan foydalanadigan hisoblash tizimida asosiy element logarifmlar jadvalidan foydalaniladi. Bu manipulyatsiya hech qanday qiyinchiliklarni keltirib chiqarmaydi. Bundan tashqari, kuch raqamlarining xususiyati ishlatiladi, bu ko'paytirilganda ularning kuchlari qo'shilishidan iborat. Amalda, bu logarifmik ko'rinishga ega bo'lgan raqamlarni ko'paytirish ularning kuchlarini qo'shish bilan almashtiriladi. Shuning uchun, "logarifm nima" degan savolga, agar u "nima uchun bizga kerak" deb davom ettirilsa, oddiy javob bor - ko'p xonali raqamlarni ko'paytirish va bo'lish tartibini soddalashtirish - axir, "ustunga", "qo'shish", "ustundagi" ko'paytirishdan ko'ra ancha soddadir. Kim ishonmaydi - u ikkita sakkiz xonali sonni qo'shish va ko'paytirishga harakat qilsin. Logarifmlarning birinchi jadvallari (c asosida 1614-yilda Jon Nepier tomonidan nashr etilgan va o'nlik logarifmlar jadvallarini o'z ichiga olgan mutlaqo xatosiz versiyasi 1857-yilda paydo bo'lgan va Bremiker jadvallari sifatida tanilgan).

Asosiy qism. Maktab matematika kursidan bizga yaxshi ma'lumki, "Logarifmik funksiya" mavzusi "Ko'rsatkichli funksiya" mavzusidan keyin keladigan mavzu bo'lib, o'quvchilar ko'rsatkichli funksiya, ko'rsatkichli tenglama, ko'rsatkichli tengsizlik haqida ma'lumotga ega bo'lsagina "Logarifmik funksiya" mavzusini o'zlashtirishga qiynalmaydi.

Logarifmik funksiya. $a > 0, a \neq 1$ bo'lsin. N sonining a asos bo'yicha logarifmi deb, N sonini hosil qilish uchun a sonini ko'tarish kerak bo'lgan daraja ko'rsatkichiga aytiladi hamda $\log_a N$ bilan belgilanadi.

Ta'rifga ko'ra, $a^x = N$ ($a > 0, a \neq 1$) tenglamaning x yechimi $x = \log_a N$ sonidan iborat. Ifodaning logarifmini topish amali shu ifodani **logarifmlash**, berilgan logarifmiga ko'ra shu ifodaning o'zini topish esa **potensirlash** deyiladi.

$x = \log_a N$ ifoda potencirlansa, qaytadan $N = a^x$ hosil bo'ladi. $a > 0, a \neq 1$ va $N > 0$ bo'lgan holda $a^x = N$ va $\log_a N = x$ tengliklar **teng kuchlidir**.

Shu tariqa biz o'zining aniqlanish sohasida uzluksiz va monoton bo'lgan $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) funksiyaga ega bo'lamiz. Bu funksiya: **a asosli logarifmik funksiya** deyiladi. $y = \log_a x$ funksiya $y = a^x$ funksiyaga teskari funksiyadir. Uning grafigi $y = a^x$ funksiya grafigini $y = x$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik almashtirish bilan hosil qilinadi. Logarifmik funksiya ko'rsatkichli funksiyaga teskari funksiya bo'lganligi sababli, uning xossalari ko'rsatkichli funksiya xossalari bilan foydalanib hosil qilish mumkin.

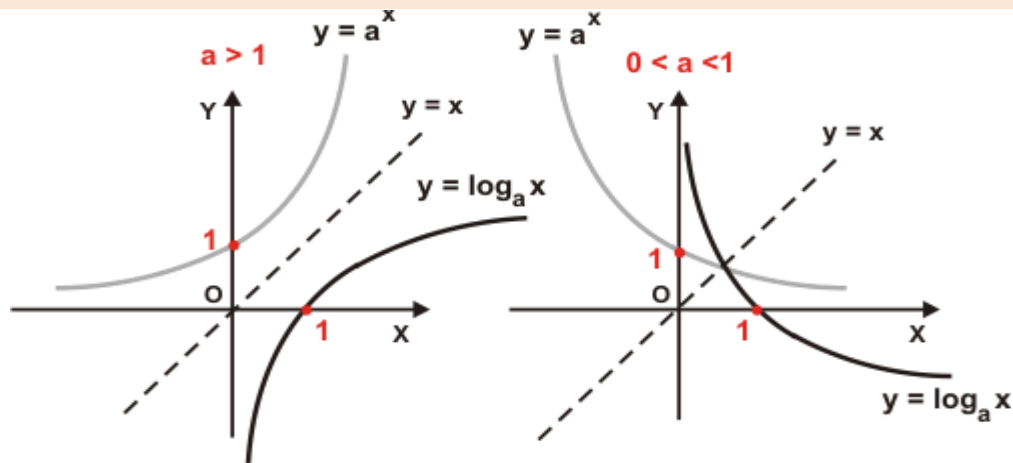
$f(x) = a^x$ funksiyaning aniqlanish sohasi $D(f) = \{-\infty < x < +\infty\}$,

o'zgarish sohasi $E(f) = \{0 < y < +\infty\}$ edi. Shunga ko'ra

$f(x) = \log_a x$ funksiya uchun $D(f) = \{0 < x < +\infty\}$,

$E(f) = \{-\infty < y < +\infty\}$ bo'ladi.

$a > 1$ da $\log_a x$ funksiya $(0; +\infty)$ nurda uzluksiz, o'suvchi, $0 < x < 1$ da manfiy, $x > 1$ da musbat, $-\infty$ dan $+\infty$ gacha o'sadi. Shu kabi $0 < a < 1$ da funksiya $(0; +\infty)$ da uzluksiz, $+\infty$ dan 0 gacha kamayadi, $0 < x < 1$ oraliqda musbat, $x > 1$ da manfiy qiymatlarni qabul qiladi. Ordinatalar o'qi $\log_a x$ funksiya uchun **vertikal asimptota**.



1-rasm

Quyidagi misollarni ko'rib chiqamiz:

1. $2^x = 4$ ni yechish uchun $2^x = 2^2$ deb yozamiz va $x=2$ yechimni topamiz.

2. $2^x = 5$ bo'lsin, o'ng tomondagi 5 ni asosi 2 bo'lgan daraja ko'rinishida tasvirlash mushkul. Lekin bu tenglamaning haqiqiy ildizi mavjudligi bizga ma'lum. Bunday tenglamalarni yechish uchun logarifm tushunchasi kiritiladi.

Umuman olganda, $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1, b > 0$) tenglamaning ildizi a asosga ko'ra **b sonning logarifmi** deyiladi.

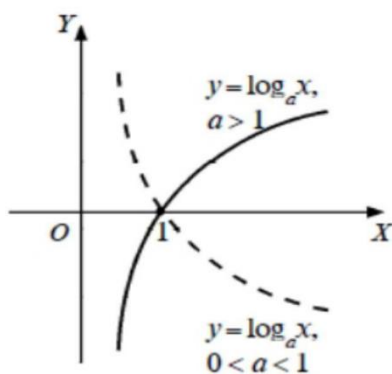
Ta'rif: **b sonning a asosga ko'ra logarifmi** deb, b sonni hosil qilish uchun a sonni ko'tarish kerak bo'ladigan daraja ko'rsatkichiga aytiladi va $\log_a b$ kabi belgilanadi. $a^x = b$ tenglamani ($x = \log_a b$ bo'lgani uchun)

$$a^{\log_a b} = b \quad (1)$$

Ko'rinishida yozish mumkin. (1) formula asosiy **logarifmik ayniyat** deyiladi, bu yerda $a > 0, a \neq 1$ va $b > 0$.

Logarifmik funksiya grafigi

Logarifmik funksiya xossalari



1. Aniqlanish sohasi $D(x) = (0; +\infty)$;
2. Qiymatlar sohasi $E(y) = (-\infty; +\infty)$;
3. Noli: $x = 1$, ya'ni $\log_a 1 = 0$.
4. $a > 1$ bo'lsa, logarifmik fuksiya $(0; +\infty)$ oraliqda o'suvchi;
5. $0 < a < 1$ bo'lsa, logarifmik funksiya $(0; +\infty)$ oraliqda kamayuvchi.

2-rasm

Har qanday $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1, x > 0, y > 0$ va haqiqiy istalgan n va m sonlar uchun quyidagi tengliklar bajariladi:

1) $\log_a 1 = 0$, chunki $a^0 = 1$;

Masalan: $\log_7 1 = 0$

2) $\log_a a = 1$, chunki $a^1 = a$;

Masalan: $\log_{100} 100 = 1$

3) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

Masalan: $\log_9(9 \cdot 27) = \log_9 9 + \log_9 27 = 1 + 3 = 4$

4) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$;

Masalan: $\log_8 \frac{8}{64} = \log_8 8 - \log_8 64 = 1 - 2 = -1$

$$5) \log_a x^n = n \log_a x;$$

$$\text{Masalan: } \log_{12} 9^2 = 2 \log_{12} 9$$

$$6) \log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x;$$

$$\text{Masalan: } \log_{3^2} 9 = \frac{1}{2} \log_3 9 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

$$7) \log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x;$$

$$\text{Masalan: } \log_{7^2} 9^4 = \frac{4}{2} \log_7 9$$

$$8) \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a};$$

$$\text{Masalan: } \log_8 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 8} = \frac{\log_2 10}{3}$$

$$9) \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\text{Masalan: } \log_4 16 = \frac{1}{\log_{16} 4}$$

Bu tengliklar ko'rsatkichli funksiya xossalaridan kelib chiqadi. Bulardan ba'zilarini isbot qilamiz.

Logarifmik ayniyatlardan foydalanib,

$$x = a^{\log_a x}, y = a^{\log_a y} \text{ ni topamiz.}$$

Bu tengliklarni hadlab ko'paytirsak yoki bo'lsak

$$xy = a^{\log_a x} \cdot a^{\log_a y} = a^{\log_a x + \log_a y}$$

$$\frac{x}{y} = a^{\log_a x} : a^{\log_a y} = a^{\log_a x - \log_a y}, \text{ hosil bo'ladi.}$$

Bu tengliklardan logarifm ta'rifiga ko'ra 3) va 4) tengliklar kelib chiqadi.

1-misol. $A = \log_3 9 - \log_{\sqrt{3}} 9 - \log_{\frac{64}{9}} \left(\frac{64}{9}\right) - \log_{\frac{1}{3}} 9$ ifodaning son qiymatini toping.

Yechish: Logarifmning yuqorida isbotlangan xossalaridan foydalanib, ifodadagi har bir logarifmning qiymatini topib olamiz:

$$\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 \log_3 3 = 2 \cdot 1 = 2;$$

$$\log_{\sqrt{3}} 9 = \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \cdot \log_3 3 = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4;$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 \frac{1}{3}} = \frac{2}{-1} = -2;$$

$$\log_{\frac{64}{9}} \left(\frac{64}{9}\right) = \frac{\log_3 \left(\frac{64}{9}\right)}{\log_3 \frac{64}{9}} = \frac{\log_3 64 - \log_3 9}{\log_3 64 - \log_3 9} = \frac{4(3 \log_3 2 - 1)}{4(3 \log_3 2 - 1)} = 1.$$

$$\text{Demak, } A = 2 - 4 - 1 - (-2) = -1$$

2-misol.

Taqqoslang: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ va 0.

$\log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$, asos $a = \frac{1}{2}$; ya'ni funksiya kamayuvchi $0 < \frac{1}{2} < 1$ va $0 < \frac{1}{3} < 1$

bo'lganidan $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} > \log_{\frac{1}{2}} 1$, bo'ladi.

Demak, $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} > 0$ ekan.

O'nli va natural logarifmlar.

Ta'rif. Asosi $a = 10$ bo'lgan logarifmlar o'nli logarifmlar deyiladi va lgx orqali ifodalanadi, ya'ni $\log_{10} x = lgx$

3-misol.

$$lg100 = lg10^2 = 2$$

$$lg0,01 = lg10^{-2} = -2$$

Ta'rif. Natural logarifm deb asosi e son bo'lgan logarifmga aytiladi va lnx bilan belgilanadi, ya'ni $log_e x = lnx$, e soni irratsional son bo'lib, $e = 2,718281 \dots$ amalda $e \approx 2,7$ deb qabul qilish mumkin.

4-Misol.

$\ln 100, lge^2$ hisoblang.

$$\ln 100 \approx 2,3 \cdot \lg 100 = 2,3 \cdot 2 = 4,6$$

$$lge^2 = 2lge \approx 2 \cdot 0,4 \ln e = 0,8.$$

Xulosa. Nazariy logorifmik funksiya va tenglamalarga doir materiallarni to'laqonli o'zlashtirish jarayonida o'quvchilarda amaliy ko'nikmalari shakllanadi. Natijada, logorifmik funksiyaning xossalari o'qitishning metodik ta'minoti bo'yicha mukammal dasturlashtirilgan elektron didaktik vosita sifatida xizmat qilishdan iborat.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. R.X.Vafojev., J.X.Xusanov. Algebra va analiz asoslari.–T.: O'qituvchi, 2003 – 368 b.
2. A.Abduxamidov, A.Nasimov va boshqalar. Algebra va matematik analiz asoslari. Akademik litseylar uchun qo'llanma. –T.: O'qituvchi, 2007 – 462 b.
3. A.Meliqulov va boshqalar. Matematika. I, II qism. Kasb-hunar kollejlari uchun qo'llanma. – T.: 2003.